## Основные понятия и определения

- Объект (образ) и признак (свойство)
- Класс (кластер)
- Представление исходной информации
- Представление результатов классификации

В силу чисто исторических причин класс задач распознавания связан с понятием "образа". В свое время не обратили внимания, что в заимствованном из англоязычных работ термине "pattern recognition" термин "pattern", кроме значения "образ", имеет еще значение "модель", "стиль", "режим", "закономерность", "образ действия". В современном распознавании и особенно искусственном интеллекте его употребляют в самом широком смысле, имея в виду, что "образ" — это некоторое структурированное приближенное (обратите внимание — "приближенное"!) описание (эскиз) изучаемого объекта, явления или процесса.

То есть, частичная определенность описания является принципиальным свойством образа.

Основное назначение описаний (образов) — это их использование в процессе установления соответствия объектов, то есть при доказательстве их идентичности, аналогичности, подобия, сходства и т.п., которое осуществляется путем сравнения (сопоставления). Два образа считаются подобными, если удается установить их соответствие. Можно, в частности, считать, что имеет место соответствие, если достигнута их идентичность.

Сопоставление образов представляет собой основную задачу распознавания и играет существенную роль в информатике в целом. Эта задача возникает, в частности, в различных разделах искусственного интеллекта, например в понимании естественного языка компьютером, символьной обработке алгебраических выражений, экспертных системах, преобразовании и синтезе программ ЭВМ.

Теперь отметим следующий важный момент, что в различных задачах образу придается различный смысл. Это определяется часто тем, какие характеристики объекта входят в описание образа, какой аппарат используется для представления этих характеристик. Именно отсюда и можно понять, почему образ является приближенным описанием объекта. Чем большее число свойств и качеств объекта отражено на принятом языке в образе рассматриваемого объекта, тем полнее это описание, тем полнее этот образ характеризует описываемый объект. Однако в любом случае мы имеем дело с описанием, а не с самим объектом, который всегда богаче описания. Итак, любой образ представляется некоторым набором признаков. Поэтому вполне допустимо наряду с выражением "распознавание образов" применять выражение "отождествление некоторых наборов описаний объектов".

Пусть S множество, элементы которого  $S_i$  называются допустимыми объектами (образами), т.е.  $S=\{S_i\}$ . Для каждого  $S_i$  определено описание объекта  $I(S_i)=(i_1,i_2,i_3,...,i_n)$ , где  $i_i$  — значение признаков измеренных в соответствии выбранному пространству признаков.

**Определение 1.1.** Объект (образ) – это сущность, содержание которого должно быть определено набором характеризующих признаков (свойств).

Объект обладает: состоянием (совокупностью характеризующих признаков); индивидуальностью (способом выделения объекта среди других – может быть подобных).

Таким образом, сущность задается совокупностью признаков, а их значения определяют состояния объекта.

Под объектом могут отображаться множества объектов, процессов или явлений материального и нематериального происхождения.

Другими словами объект (образ) – это наименование области в пространстве признаков.

В зависимости от цели можно выбрать разные признаковые пространства или разные подобласти в этих признаковых пространствах, в результате чего одна и та же пара объектов может быть отнесена как к одному и тому же, так и к различным классам.

В геометрической интерпретации под объектом понимается точка n - мерного пространства, вдоль координатных осей которого отложены значения признаков (параметров).

**Определение 1.2.** Признаком называется количественное или качественное значение того или иного свойства (параметра) исследуемого объекта (образа) или явления.

Признаки делятся на качественные и количественные.

Kачественные признаки отражают наличие, степень наличия или отсутствие того или иного свойства у изучаемого объекта или явления. Выражаются обычно они в двоичной форме "да" или "нет". Область значений признаков пространства при такой системе описания представляет собой n - мерный двоичный куб, расстояние между вершинами которого равно числу несовпадающих разрядов, соответствующих n - разрядных двоичных векторов.

*Количественные признаки*, измеряемые приборами со шкалами "порядка", "отношении", "интервалов" отражают числовую характеристику степени проявления свойств объекта или явления, измеренных в соответствующих единицах измерения.

В некоторых задачах при определении объектов встречается сочетание как качественных, так и количественных признаков.

В качестве признаков медицинских объектов служат различные симптомы заболевания, показатели биохимического анализа, в объектах геологии - различные параметры-свойства, характеризующие подземный грунт, в социологии - показатели социально-экономического развития, производственных отношений.

**Определение 1.3.** Под классом образов (объектов) понимается некоторая категория, определяющаяся рядом свойств, общих для всех ее объектов.

Класс определяется некоторыми общими свойствами, присущими всем его объектам, и характеризуется перечнем входящих в него объектов. Таким образом, класс — множество объектов, связанных общностью структуры и состоянием. Часто синонимом класса используются термины: кластер, сгусток, скопление, таксоны или однородность.

В геометрической интерпретации класс представляет собой некоторое подмножество n – мерного евклидового пространства, объединяющее некоторые близкие (однородные) свойства объектов, где по осям координат отложены значения признаков.

Представление исходной информации

Пусть S — множество допустимых объектов. Объекты  $S_i$  S задаются значениями некоторых признаков i, i=1,2,...,n (этот набор признаков всегда один и тот же для всех объектов, рассматриваемых при решении определенной задачи). Совокупность значений признаков i определяет описание I(S) объекта S. Каждый из признаков может принимать значения из различных множеств допустимых значений признаков, рассматриваемых в  $\S 1.10$  данного учебника.

**Определение 1.4.** Описание  $I(S)=(\ _1(S),\ _2(S),...,\ _n(S))$  называют стандартным, если  $\ _i(S)$  принимает значение из множества допустимых значений.

Если задана обучающая информация  $I(K_1, K_2, ..., K_l)$  о классах, т.е. классы  $K_j$  описаны с помощью объектов, входящих в него, тогда априорная информация в задаче распознавания с непересекающимися классами часто задается в виде так называемой таблицы обучения  $T_{n,m}$  (табл. 1.1).

Очевидно, что объекты  $S_1, S_2, \ldots, S_{t_1}$  принадлежат классу  $K_1$ , объекты  $S_{t_1+1}, S_{t_1+2}, \ldots, S_{t_2}$  принадлежат классу  $K_2$  и объекты  $S_{t_1}, S_{t_2+1}, \ldots, S_{t_m}$  – классу  $K_1$ .

Таолица 1.1 Стандартная форма задания обучающей информации  $\mathrm{T}_{m,n}$ 

Объек		Класс ы					
ТЫ	1	2	•••	i		n	
$S_1$	1,1	1,2	•••	1,j	•••	1,n	$\mathbf{K}_1$
$S_2$	2,1	2,2		2,j		2,n	1

			•••				
•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••	
S <sub>t1</sub>	t1,1	t1,2	•••	t1,j		t1,n	
•••	•••	•••	•••	•••		•••	
S <sub>t1+1</sub>	t1+1,1	t1+1,2	•••	t1+1,j	•••	t1+1,n	
S <sub>t1+2</sub>	t1+2,1	t1+2,2		t1+2,j		t1+2,n	K <sub>2</sub>
•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••	
S <sub>t2</sub>	t2,1	t2,2	•••	t2,j	•••	t2,n	
•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••	
$S_{tm}$	tm,1	tm,2	•••	tm,j		tm,n	
$S_{tm+1}$	tm+1,1	tm+1,2	•••	tm+1,j	•••	tm+1,n	V
			•••		•••		$K_1$
S <sub>m</sub>	m,1	m,2		m,j	•••	m,n	
S <sup>'</sup>	1	2	•••	j	•••	n	K-?

Последняя строка таблицы означает, что к распознаванию предъявлен новый объект S<sup>'</sup>, и требуется определить к какому классу принадлежит новый объект.

Если рассматривается задача классификации (кластерного анализа), то стандартная форма задания априорной информации будет аналогичной, но в таблице должен отсутствовать столбец "классы" с указанием классов, а также объекты должны представляться сплошным потоком, неразделенным на классы. Здесь перестановка местами объектов не должна влиять на сущность априорной информации.

Другими словами, стандартное представление априорной информации сводится в таблицу, строкой которой являются описания, столбцами — значения признаков в этих описаниях.

Информация о вхождении объекта S в класс  $K_i$  кодируется символами "1" (S  $K_i$ ), "0" (S  $K_i$ ), "2" – неизвестно принадлежит ли объект S классу  $K_i$  или нет и записывается в виде так называемого информационного вектора

$$\bar{a}(S) = (a_1(S), a_2(S), \dots, a_l(S)),$$
 (1.1)

где  $a_i \in [0,1,2]$  и l – число классов.

**Определение 1.5.** Стандартной информацией  $I(K_1,K_2,...,K_l)$  называют совокупность множеств  $(I(S_1),I(S_2),...,I(S_m))$ и  $(\bar{a}(S_1),\bar{a}(S_2),...,\bar{a}(S_m))$ . Предполагается, что информационные вектора являются истинными.

Определение 1.6. Вектор  $\bar{a}(S) = (a_1(S), a_2(S), ..., a_l(S))$ 

называется истинным для S, если  $a_j(S) \in [0,1]$ и значение предиката определяется  $P_i(S) = a_i(S), j = 1, 2, \dots, l$ .

Результаты классификации могут быть представлены в виде таблицы, аналогичной табл. 1.1 или могут выражаться через информационный вектор результатов.

## Определение 1.7. Вектор

$$\bar{a}(S) = (a_1(S_1), a_2(S_2), \dots, a_m(S_m))$$
 (1.2)

называется информационным вектором результатов классификации.

Содержательно, значение  $a_i(S_i)$  показывают номера классов, к которым принадлежат объекты  $S_i$ . Предполагается, что все значения элементов информационного вектора определены в рамках нумерации полученных классов.

Пусть в пространстве информационных векторов задана функция  $\rho(\widetilde{\alpha},\widetilde{\beta})$ ,обладающая всеми свойствами расстояния, за исключением, может быть, аксиомы треугольника. Задана также последовательность числовых функций  $f_1(x_1),...,f_q(x_1,...,x_q),...$ , причем:

- 1)  $f_q(x_1,...,x_q)$  определена и неотрицательна при  $x_i$  0;
- 2) 2)  $f_q$  монотонно не возрастает по каждой из переменных  $x_i$ ;
- 3) 3)  $f_q$  достигает абсолютного максимума на наборе (0,...,0).

Пусть опять  $S_{1}^{'},\dots,S_{q}^{'}$  — произвольная конечная выборка из множества допустимых объектов,  $\widetilde{\alpha}(S_{i}^{'})$  — истинный для  $S_{i}^{'}$   $\alpha^{A}(S_{i}^{'})$  — информационный вектор  $S_{i}^{'}$  в алгоритме A.

**Определение 1.8.** Функционалом качества алгоритма A на  $S_1^{'},\dots,S_q^{'}$  называется величина

$$f_{q}(\rho(\widetilde{\alpha}(S_{1}^{'}),\widetilde{\alpha}^{A}(S_{1}^{'})),...,\rho(\widetilde{\alpha}(S_{q}^{'}),\widetilde{\alpha}^{A}(S_{q}^{'}))). \tag{1.3}$$

Функционал качества алгоритма A будем обозначать в дальнейшем через (A) или  $\phi(A,S_1^{'},\ldots,S_q^{'})$ . В практических задачах рассматриваются обычно следующие виды (A).

1. Пусть для каждой пары  $(S_i^{'}, K_j^{}), S_i^{'} \in M, 1 \le j \le l$  определены числа  $_{ij}($  , ), ,  $\{0,1,\}$ , причем  $_{ij}($  , )  $_{ij}($  , ) при  $_{ij}($  ,  $)=_{ij}($  ,  $), \gamma_{ij}(\alpha,\Delta) \ge \gamma_{ij}(\widetilde{\alpha},\widetilde{\beta}),$  если  $\alpha \in [0,1], \beta \in [0,1], \widetilde{\alpha} \ne \beta$  .Функционал (A) называется линейным [26], если

$$\phi(A) = \frac{1}{q \times l} \sum_{i=1}^{q} \square \sum_{j=1}^{l} \gamma_{ij}(\alpha_{ij}, \alpha_{ij}^{A}). \tag{1.4}$$

2. Если  $_{ij}(1,1)=_{ij}(0,0)=1$  и все остальные  $_{ij}=0$ , то функционал (A) называется долей правильных прогнозов.